SPSS & İstatistik Rehberleri | İleri | Yüksek lisans | Doktora

Veri Zarflama Analizi (VZA/DEA) Nedir? CCR, BCC ve Çözümlü Etkinlik Örneği

Veri zarflama analizi, benzer birimlerin birden çok girdi ve çıktıya göre göreli etkinliğini doğrusal programlamayla ölçer. CCR ve BCC modelleri, yönelim seçimi, ölçek etkinliği, gevşekler, varsayımsal çözümlü örnek, yazılımlar ve tezde raporlama anlatılır.

Zafer Hoca · Yayın: 08.11.2026 · 9 dk okuma

Kısaca: Veri zarflama analizi (VZA, İngilizce *Data Envelopment Analysis*, DEA), birden çok girdi kullanıp birden çok çıktı üreten benzer birimlerin (banka şubesi, hastane, okul, belediye) göreli etkinliğini doğrusal programlamayla ölçen parametrik olmayan bir yöntemdir. En iyi uygulayıcılar bir "etkin sınır" oluşturur; her birime 0 ile 1 arasında bir etkinlik skoru verilir ve 1 alan birim etkindir. Temel modeller ölçeğe göre sabit getiri varsayan CCR ile değişken getiri varsayan BCC'dir.

Bu madde, etkinlik ölçmek için kullanılan veri zarflama analizini kavramlarıyla, modelleriyle ve varsayımsal bir çözümlü örnekle anlatır. Hipotez test eden analizler (t testi, ANOVA, regresyon) başka bir sorunun cevabıdır; verinize hangi testin uyduğunu arıyorsanız tez için hangi istatistiksel test seçilmeli maddesine bakın. VZA "gruplar arasında fark var mı?" sorusunu değil, "hangi birim kaynaklarını daha iyi kullanıyor, etkin olmayan birim ne kadar iyileşmeli?" sorusunu cevaplar.

Veri zarflama analizi nedir?

VZA'nın temel fikri, aynı işi yapan birimleri birbirleriyle karşılaştırmaktır. Bu birimlere **karar verme birimi** (KVB; İngilizce *decision making unit*, DMU) denir. Her KVB belirli girdileri (personel, sermaye, gider, yatak sayısı) kullanarak belirli çıktılar (işlem sayısı, hasta sayısı, mezun sayısı, gelir) üretir.

Yöntem, gözlenen birimler arasında en iyi girdi-çıktı oranlarına sahip olanları belirler ve bunları birleştirerek parçalı doğrusal bir **etkin sınır** çizer. Bu sınır, verileri yukarıdan "zarflar"; yöntemin adı da buradan gelir. Sınırın üzerindeki birimler etkin sayılır, sınırın altında kalanların etkinsizliği sınıra olan uzaklıklarıyla ölçülür.

Etkinlik kavramının temeli Farrell'in 1957 tarihli çalışmasına dayanır. Bugünkü anlamıyla VZA'yı Charnes, Cooper ve Rhodes 1978'de önerdi; bu ilk model yazarların baş harfleriyle **CCR modeli** diye anılır. Banker, Charnes ve Cooper 1984'te değişken ölçek getirisine izin veren **BCC modelini** geliştirdi.

VZA hangi araştırmalarda kullanılır?

VZA'nın en büyük avantajı, girdi ve çıktılar arasında bir fonksiyon biçimi varsaymaması ve farklı birimlerdeki değişkenleri (kişi, TL, metrekare, adet) aynı modelde kullanabilmesidir. Bu yüzden işletme, iktisat, kamu yönetimi, sağlık yönetimi ve endüstri mühendisliği tezlerinde yaygındır. Sık görülen uygulamalar:

- **Bankacılık ve finans:** banka ya da şube etkinliği, sigorta şirketlerinin karşılaştırılması.

- **Sağlık:** hastanelerin yatak, hekim ve personel kullanımına göre hasta ve işlem çıktılarının değerlendirilmesi.
- **Eğitim:** üniversitelerin, fakültelerin ya da okulların öğretim ve araştırma etkinliği.
- **Kamu hizmetleri:** belediyeler, il düzeyindeki hizmet birimleri, havalimanları ve limanlar.
- **Enerji ve sanayi:** santraller, fabrikalar ve sektörler arası verimlilik karşılaştırmaları.

VZA bir sıralama yöntemi gibi görünse de çok kriterli karar verme yöntemlerinden farklıdır. TOPSIS ya da AHP'de kriter ağırlıklarını araştırmacı ya da uzmanlar belirler; VZA'da her birim için ağırlıklar o birimi en iyi gösterecek biçimde veriden hesaplanır. İki yaklaşımın karşılaştırması için çok kriterli karar verme yöntemleri ve TOPSIS yöntemi maddelerine bakabilirsiniz.

CCR ve BCC modelleri arasındaki fark nedir?

Model seçimi, birimlerinizin ölçek bakımından karşılaştırılabilir olup olmadığına dair varsayımınıza dayanır.

Ölçüt	CCR modeli	BCC modeli
Ölçek getirisi varsayımı	Ölçeğe göre sabit getiri (girdiler iki katına çıkınca çıktılar da iki katına çıkar)	Ölçeğe göre değişken getiri (artan, sabit ya da azalan olabilir)
Ölçtüğü etkinlik	Toplam teknik etkinlik	Saf teknik (yönetsel) etkinlik
Etkin birim sayısı	Daha az birim etkin çıkar	Daha çok birim etkin çıkar
Ne zaman uygun?	Birimler benzer ölçekte çalışıyor ve ölçeklerini serbestçe değiştirebiliyorsa	Birimler arasında belirgin büyüklük farkı varsa ya da ölçek kısıtları söz konusuysa

Uygulamada iki model birlikte çalıştırılır ve **ölçek etkinliği** hesaplanır:

Ölçek etkinliği = CCR etkinlik skoru / BCC etkinlik skoru

Ölçek etkinliği 1'den küçükse birim, uygun olmayan bir ölçekte çalıştığı için etkinlik kaybeder. Birim BCC'de etkin, CCR'de etkin değilse sorun yönetimde değil, ölçektedir: birim ya olması gerekenden küçüktür (artan getiri bölgesi) ya da büyüktür (azalan getiri bölgesi).

Girdi yönelimli mi, çıktı yönelimli mi?

İkinci seçim, etkinsizliğin hangi yönden giderileceğidir:

- **Girdi yönelimli model:** "Mevcut çıktıyı üretmek için girdilerimi ne kadar azaltabilirim?" sorusunu sorar. Çıktının talebe bağlı olduğu, yöneticinin asıl olarak kaynakları kontrol ettiği durumlarda (örneğin hastane yatakları, şube personeli) tercih edilir.
- **Çıktı yönelimli model:** "Mevcut girdilerle çıktımı ne kadar artırabilirim?" sorusunu sorar. Kaynakların sabit olduğu, amacın üretimi artırmak olduğu durumlarda (örneğin bütçesi belli bir okulun mezun sayısı) uygundur.

CCR modelinde iki yönelim aynı birimleri etkin bulur ve skorlar birbirinin tersidir. BCC modelinde ise iki yönelim farklı skorlar verebilir; yönelimi araştırma sorunuza göre seçin ve gerekçesini yöntem bölümünde yazın.

VZA modeli nasıl kurulur?

En sık kullanılan girdi yönelimli CCR modelinin zarflama biçimi, değerlendirilen birim (o) için şöyle yazılır:

> ***En küçük θ***
> *Kısıtlar: her girdi i için* $\Sigma_j \lambda_j \cdot x_{ij} \le \theta \cdot x_{io}$
> *her çıktı r için* $\Sigma_j \lambda_j \cdot y_{rj} \ge y_{ro}$
> *bütün j için* $\lambda_j \ge 0$

Burada θ değerlendirilen birimin etkinlik skorudur; λ_j ise o birim için kurulan "sanal referans birimde" j. birimin payıdır. Model, gözlenen birimlerin bir bileşimiyle en az aynı çıktıyı üretip girdileri hangi orana kadar küçültebileceğimizi bulur. θ = 0,80 ise birim, aynı çıktıyı girdilerinin %80'iyle üretebilecek bir referans bileşimine sahiptir.

BCC modeli aynı kurguya tek bir kısıt ekler: $\mathbf{\Sigma_j \lambda_j = 1}$. Bu kısıt, birimin yalnız kendi ölçeğine yakın birimlerin bileşimiyle karşılaştırılmasını sağlar. Modelin bir de çarpan (ağırlık) biçimi vardır; orada her birim, kendi ağırlıklı çıktı/girdi oranını en büyük yapacak ağırlıkları seçer ve bu ağırlıklar diğer bütün birimlere uygulandığında hiçbir birimin oranı 1'i geçemez. İki biçim aynı skoru verir.

Radyal skor θ tek başına yeterli değildir. Bazı birimlerde orantılı azaltmadan sonra bile bir girdide ek fazlalık ya da bir çıktıda ek eksiklik kalabilir; bunlara **gevşek değişken** (slack) denir. Tam etkinlik için hem θ = 1 olmalı hem de bütün gevşekler sıfır olmalıdır.

Adım adım veri zarflama analizi

1. **Karar verme birimlerini belirleyin:** Birimler aynı işi, benzer koşullarda yapmalıdır. Devlet hastaneleriyle özel klinikleri, ya da büyükşehir belediyeleriyle ilçe belediyelerini aynı modele koymak sonuçları anlamsızlaştırabilir.
2. **Girdi ve çıktıları seçin:** Seçimi literatüre ve kuruma ilişkin bilgiye dayandırın. Girdi arttığında çıktının azalmaması beklenir; girdi-çıktı korelasyonlarına bakmak bu varsayımı kontrol etmenin pratik bir yoludur.
3. **Birim sayısını kontrol edin:** Değişken sayısı birim sayısına göre fazlaysa birimlerin çoğu etkin çıkar ve ayırt edicilik kaybolur. Yaygın bir pratik kural, m girdi ve s çıktı için birim sayısının en az m × s ile 3(m + s) değerlerinin büyüğü kadar olmasıdır.
4. **Veriyi hazırlayın:** Klasik modeller pozitif değerlerle çalışır; sıfır ya da negatif değer varsa uygun model uzantısını kullanın. Uç değerler etkin sınırı doğrudan belirlediği için veri hatalarını önceden temizleyin; bunun için veri temizleme ve uç değer maddesi yardımcı olur.
5. **Modeli ve yönelimi seçin:** CCR mi BCC mi, girdi mi çıktı yönelimli mi? Seçiminizin gerekçesini yazın; çoğu çalışmada iki model birlikte raporlanır.
6. **Hesaplayın:** Her birim için ayrı bir doğrusal programlama problemi çözülür; bunu yazılım yapar.
7. **Sonuçları yorumlayın:** Etkinlik skorlarını, referans kümelerini, hedef değerleri ve gevşekleri birlikte raporlayın; ölçek etkinliğini ve getiri durumunu ayrıca tartışın.

Birim sayınız pratik kuralın altında kalıyorsa değişkenleri azaltmayı ya da birbirine çok yakın iki değişkeni tek değişkende birleştirmeyi düşünün. Etkin birim oranının çok yüksek çıkması çoğu zaman bu sorunun işaretidir.

Çözümlü örnek: altı şubenin etkinliği

Aşağıdaki veriler tamamen *varsayımsaldır* ve yalnız hesabın mantığını göstermek için seçilmiştir. Altı şube iki girdi (personel sayısı ve yıllık işletme gideri, bin TL) kullanarak bir çıktı (yıllık işlem sayısı, bin) üretiyor. Girdi yönelimli CCR ve BCC skorları doğrusal programlamayla hesaplanmıştır.

Şube	Personel	Gider	İşlem	CCR	BCC	Ölçek etkinliği	Ölçek getirisi
A	4	140	40	1,000	1,000	1,000	Sabit
B	6	110	48	1,000	1,000	1,000	Sabit
C	5	170	42	0,850	0,867	0,981	Azalan
D	8	210	64	0,894	1,000	0,894	Azalan
E	7	160	49	0,819	0,842	0,973	Azalan
F	3	120	24	0,800	1,000	0,800	Artan

Sonuçlar şöyle okunur:

- **A ve B** her iki modelde de etkindir ve etkin sınırı oluşturur. Etkin olmayan şubelerin referans kümesinde bu iki şube yer alır.
- **E şubesi** CCR'de 0,819 alıyor: aynı 49 bin işlemi girdilerinin yaklaşık %82'siyle üretebilecek bir referans bileşimi var. Referansı A ($\lambda \approx 0{,}389$) ve B ($\lambda \approx 0{,}697$) şubeleridir; hedef değerler yaklaşık 5,74 personel ve 131,1 bin TL giderdir (mevcut: 7 personel, 160 bin TL).
- **D şubesi** BCC'de etkin, CCR'de 0,894'tür. Yani yönetsel olarak etkin, ama ölçeği büyük olduğu için etkinlik kaybediyor (azalan getiri). Bu şubede sorun kaynak israfı değil, büyüklüktür.
- **F şubesi** de BCC'de etkin, CCR'de 0,800'dür; ancak getiri durumu artandır, yani şube olması gerekenden küçüktür. Ayrıca orantılı azaltmadan sonra giderde yaklaşık 12 bin TL'lik ek bir gevşek kalıyor: CCR referansı (0,6 × A) 2,4 personel ve 84 bin TL giderle aynı 24 bin işlemi üretiyor.

Örnekteki gibi C ve E'de hem yönetsel hem ölçek kaynaklı kayıp, D ve F'de ise yalnız ölçek kaynaklı kayıp vardır. Bu ayrım, politika önerisini değiştirir: birinde kaynak kullanımını iyileştirmek, diğerinde birimin büyüklüğünü yeniden düşünmek gerekir.

VZA hangi programla yapılır?

SPSS'in menülerinde hazır bir veri zarflama modülü yoktur. Yaygın seçenekler şunlardır:

- **Excel Çözücü (Solver):** Her birim için doğrusal programlama problemi kurulur; az sayıda birim için öğreticidir ama birim sayısı arttıkça zahmetlidir.
- **R paketleri:** Benchmarking ve deaR gibi paketler CCR, BCC, süper etkinlik ve Malmquist analizlerini sunar.
- **Özel yazılımlar:** DEAP, MaxDEA ve benzeri programlar menü tabanlı arayüzle çalışır ve tezlerde sık görülür.
- **Python:** Doğrusal programlama kütüphaneleriyle (örneğin SciPy) model doğrudan yazılabilir; bu maddedeki örnek bu yolla hesaplanmıştır.

Hangi programı kullanırsanız kullanın, sürümünü, model türünü ve yönelimi yöntem bölümünde belirtin. Ücretsiz araç seçenekleri için akademik yazılım araçları maddesine bakabilirsiniz.

VZA'nın uzantıları ve ikinci aşama analizler

Temel modellerin sınırlılıklarını aşmak için geliştirilmiş birkaç uzantı tezlerde sık kullanılır:

- **Süper etkinlik:** Etkin birimlerin hepsi 1 aldığı için aralarında sıralama yapılamaz. Andersen ve Petersen'in önerdiği süper etkinlik modeli, değerlendirilen birimi referans kümesinden

çıkararak etkin birimlerin de sıralanmasını sağlar.

- **Malmquist toplam faktör verimliliği endeksi:** Panel veride, birimlerin yıllar içindeki verimlilik değişimini etkinlik değişimi ve teknolojik değişim bileşenlerine ayırır.
- **İkinci aşama analizi:** Etkinlik skorlarının çevresel değişkenlerle (konum, sahiplik, büyüklük) ilişkisi incelenir. Skorlar 0–1 aralığında sınırlı olduğu için sıradan doğrusal regresyon yerine sınırlı bağımlı değişken modelleri ya da önyükleme (bootstrap) temelli yaklaşımlar önerilir. Regresyon mantığı için çoklu regresyon analizi maddesine bakabilirsiniz.
- **Ağırlık kısıtlamalı ve istenmeyen çıktılı modeller:** Ağırlıkların gerçekçi olmayan değerler almasını engellemek ya da emisyon gibi istenmeyen çıktıları modele katmak için kullanılır.

Tezde VZA nasıl raporlanır?

Yöntem bölümünde birimlerin nasıl seçildiğini, girdi ve çıktıların gerekçesini, veri kaynağını ve dönemini, model türünü (CCR, BCC), yönelimi ve kullanılan yazılımı açıkça yazın. Birim sayısının değişken sayısına göre yeterli olduğunu gösterin.

Bulgular bölümünde en az şu tabloları verin: tanımlayıcı istatistikler, birim bazında CCR, BCC ve ölçek etkinliği skorları, etkin olmayan birimlerin referans kümeleri ve hedef değerleri. Skorları yalnız sıralamayın; etkinsizliğin kaynağını (yönetsel mi, ölçek mi) tartışın. Genel yazım kuralları için tez bulgular bölümü nasıl yazılır maddesi yol gösterir.

Sık yapılan hatalar

- **Heterojen birimleri karşılaştırmak:** Farklı işleri yapan ya da çok farklı koşullarda çalışan birimler aynı sınırda değerlendirilemez.
- **Çok fazla değişken kullanmak:** Birim sayısına göre değişken fazla olunca neredeyse bütün birimler etkin çıkar.
- **Skoru mutlak başarı gibi yorumlamak:** VZA göreli bir ölçüdür; 1 alan birim yalnız bu örnekteki en iyi uygulayıcılardandır, kusursuz değildir. Farklı çalışmaların skorları birbiriyle karşılaştırılmaz.
- **Gevşekleri raporlamamak:** $\theta = 1$ olup gevşeği sıfırdan büyük olan birim tam etkin değildir.
- **Uç değerleri gözden kaçırmak:** Hatalı bir veri satırı sınırı kaydırarak bütün birimlerin skorunu değiştirebilir.
- **Oran ve hacim değişkenlerini karıştırmak:** Yüzde ya da oran biçimindeki değişkenleri hacim değişkenleriyle birlikte kullanmak ölçek varsayımlarıyla çelişebilir; gerekiyorsa gerekçelendirin.

Kaynaklar ve resmî bağlantılar

- Charnes, A., Cooper, W. W. ve Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2(6), 429–444. (CCR modeli)
- Banker, R. D., Charnes, A. ve Cooper, W. W. (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management Science*, 30(9), 1078–1092. (BCC modeli)
- DergiPark — Türkçe veri zarflama analizi uygulamalarını incelemek için
- YÖK Ulusal Tez Merkezi — alanınızda VZA kullanan tezleri görmek için

Etiketler: #Doktora #Tez #Yüksek Lisans

YDS/YÖKDİL barajı akademik kariyerinizi engellemesin. Zafer Hoca kursları: zaferhoca.com.tr/magaza